Universitatea din Bucureşti **16.07.2024**
Facultatea de Matematică şi Informatică

Concursul de admitere iulie 2024

I. Algebră. Fie x_1, x_2 soluţiile complexe ale ecuaţiei $x^2 - mx + m + 2 = 0$, unde m este un număr real. Notăm $s_n = x_1^n + x_2^n$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

(a) Determinaţi toate valorile lui m pentru care ecuaţia are soluţii reale.

(b) Calculaţi s_1, s_2, s_3 în funcţie de m şi arătaţi că $s_3 - s_1 s_2 + (s_1 + 2)s_1 = 0$. Demonstraţi că $s_n \in \mathbb{R}$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

(c) Fie matricea $A = \begin{pmatrix} s_1 + 1 & 3 - s_3 \\ -1 & s_2 \end{pmatrix}$. Determinaţi toate valorile lui m pentru care A este inversabilă, iar pentru $m = -1$ arătaţi că mulţimea $\{A^n \mid n \in \mathbb{N}^*\}$ este grup împreună cu operaţia de înmulţire a matricelor.

(d) Determinaţi toate valorile lui m pentru care $x_1, x_2 \in \mathbb{Z}$.

II. Analiză. Pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$ considerăm funcţia $f_n : \left(-\frac{1}{n}, \infty\right) \longrightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = \frac{nx}{nx+1}$.

(a) Arătaţi că funcţia f_1 este strict crescătoare pe $(-1, \infty)$. Determinaţi apoi toate asimptotele la graficul funcţiei f_1.

(b) Demonstraţi că $\int_0^1 f_1(x^2)dx = 1 - \frac{\pi}{4}$ şi calculaţi $\lim_{n\to\infty} \int_0^1 f_n(x^2)dx$.

(c) Arătaţi că putem alege numărul $c \in [0, \infty)$ astfel încât şirul $(f_n''(c))_{n\in\mathbb{N}^*}$ să fie divergent.

(d) Calculaţi $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{f_n\left(\frac{1}{n}\right)}{1 \cdot \ln 2} + \frac{f_n\left(\frac{2}{n}\right)}{2 \cdot \ln 3} + \cdots + \frac{f_n\left(\frac{n}{n}\right)}{n \cdot \ln(n+1)} \right)$.

III. Geometrie. În planul de coordonate xOy considerăm punctele $A(-1, 2)$, $B(1, 2)$, $C(1, 0)$ şi $D(-1, 0)$.

(a) Arătaţi că patrulaterul $ABCD$ este pătrat, găsiţi ecuaţiile dreptelor AC şi BD şi determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a acestor drepte.

(b) Pe segmentele DC şi BC considerăm punctele M şi N astfel încât $\overrightarrow{CM} = -3\,\overrightarrow{DM}$ şi $2\,\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{NB}$. Calculaţi aria triunghiului AMN şi distanţa de la punctul A la dreapta MN.

(c) Fie E punctul de pe axa Oy, exterior pătratului $ABCD$, astfel încât $\sphericalangle(AEB) = 90°$. Calculaţi raza cercului înscris în triunghiul ABE. Demonstraţi că centrul cercului înscris în triunghiul ABE se află pe cercul circumscris pătratului $ABCD$.

(d) Fie P un punct oarecare, exterior pătratului $ABCD$, astfel încât $\sphericalangle(APB) = 90°$. Fie Q centrul pătratului $ABCD$. Demonstraţi că $PQ \le AB$.

INFORMATICĂ – Varianta 1

*În cele ce urmează **x div y** și **x mod y** reprezintă câtul și restul împărțirii numărului natural x la numărul natural nenul y.*

1. Fie **A** o matrice pătratică având **169** de elemente. Câte elemente din matricea **A** au proprietatea că se află pe diagonala principală sau pe diagonala secundară?

A) 13 B) 26 C) 24 D) 25

2. Se consideră următorul algoritm descris în pseudocod, în care variabilele **m**, **p**, **u** și **n** sunt toate de tip întreg, **v** este un tablou unidimensional de numere naturale cu pozițiile numerotate de la **1**, iar în variabila **n** este memorată lungimea tabloului **v**:

```
p ← 1
u ← n
┌cât timp p <= u execută
│    m ← (p + u) div 2
│    scrie v[m], ' '
│   ┌dacă v[m] > 1
│   │    atunci
│   │        u ← m - 1
│   │    altfel
│   │        p ← m + 1
│   └■
└■
```

Pentru câți vectori **v** cu elemente distincte din mulțimea {**1**, **2**, …, **11**} ordonate crescător algoritmul va afișa **7 4 1** ? (vectorul **v** poate avea orice lungime)

A) 8 B) 9 C) 11 D) 14

3. Se consideră următoarea secvență de pseudocod, în care variabilele **s**, **min_v**, **max_v**, **i**, **n** sunt de tip întreg, iar **v** este un tablou unidimensional de numere naturale nenule cu **n ≥ 2** elemente, având pozițiile numerotate de la **1**.

```
s ← 0
min_v ← 0
max_v ← 0
┌pentru i ← 1, n execută
│   s ← s + v[i]
│  ┌dacă v[i] > max_v atunci
│  │    max_v ← v[i]
│  └■
│  ┌dacă v[i] < min_v atunci
│  │    min_v ← v[i]
│  └■
└■
```

La finalul executării secvenței, câte dintre următoarele expresii sunt adevărate dacă și numai dacă tabloul **v** are toate elementele egale?

- `min_v = max_v`
- `min_v * n = s`
- `max_v * n = s`
- `v[1] * n = s`

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

4. Cristian a primit un seif în care tatăl lui îi ascunde o jucărie. Seiful are un cod inițial setat de tatăl său, reprezentat de o matrice 3×3 și 9 butoane, câte unul pe fiecare element al matricei. Apăsând pe butonul de pe linia i și coloana j, Cristian observă că se adună 1 la valoarea fiecărui element care se află pe linia i sau pe coloana j. Toate adunările se fac modulo 4, astfel încât dacă adunăm la 3 o unitate obținem 0. Cristian reușește să deschidă seiful dacă găsește o secvență de pași, un pas însemnând apăsarea unui singur buton și actualizarea elementelor matricei, și ajunge la o matrice cu toate elementele cu valoarea 0. Când Cristian este cuminte, tatăl lui îi setează un cod inițial din care se poate ajunge la matricea nulă. Spre exemplu pornind de la matricea cu codul $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, Cristian poate ajunge la matricea $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ realizând pașii $\begin{pmatrix} 2 & 1 & \boxed{3} \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & \boxed{1} & 1 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 \\ 2 & \boxed{2} & 2 \\ 3 & 3 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ \boxed{3} & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, unde $\square$ marchează butonul apăsat la fiecare pas. Când Cristian nu este cuminte, tatăl lui setează un cod inițial din care nu se poate ajunge la matricea nulă, cum este cel dat de matricea $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Pentru câte dintre codurile inițiale $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ Cristian poate găsi jucăria?

A) 1　　B) 2　　C) 3　　D) 4

5. Se consideră următorul program:

Limbajele C/C++

```
#include <iostream>
#include <cstdio>
using namespace std;
int x, y, z, w;
void f(int x, int y)
{
    int z;
    if(x > y)
    {
        w = x; z = y;
        x = x + y; y = x - y;
    }
    else { w = y; z = x; }

    cout<<x<<" "<<y<<" ";
    //printf("%d %d ", x, y);
}
int main()
{
    x = 11; y = 22;
    f(y, x);
    cout<<x<<" "<<y<<" "<<z<<" "<<w;
    //printf("%d %d %d %d", x, y, z, w);
    return 0;
}
```

Limbajul Pascal

```
var x, y, z, w: integer;
procedure f(x, y: integer);
var z: integer;
begin
    if x > y then
        begin
            w := x; z := y;
            x := x + y; y := x - y;
        end
    else
        begin
            w := y; z := x;
        end;
    write(x, ' ', y, ' ');
end;

begin
    x := 11;
    y := 22;
    f(y, x);
    write(x, ' ', y, ' ', z, ' ', w);
end.
```

Ce se va afișa pe ecran în urma executării programului dat?

A) 33 22 11 22 0 0　　B) 33 22 11 22 0 22　　C) 33 22 11 22 11 22　　D) 11 22 11 22 0 22

6. Într-o rețea de calculatoare sunt 10 PC-uri care sunt conectate între ele prin 14 cabluri. Știind că fiecare PC din rețea este conectat direct fie cu alte două PC-uri, fie direct cu alte 3, precizați câte dintre următoarele afirmații sunt adevărate:

- în orice configurație posibilă a rețelei, doar două calculatoare sunt conectate direct cu exact alte două calculatoare;
- în orice configurație posibilă a rețelei, toate calculatoarele sunt conectate între ele, direct sau indirect;
- există cel puțin o configurație a rețelei în care un pachet de date trimis de unul dintre PC-uri poate să treacă pe la fiecare PC o singură dată și să se întoarcă la PC-ul inițial;
- există cel puțin o configurație a rețelei în care un pachet de date trimis de unul dintre PC-uri poate să treacă pe fiecare cablu o singură dată și să se întoarcă la PC-ul inițial;
- există cel puțin o configurație a rețelei în care un pachet de date trimis de unul dintre PC-uri poate să treacă pe fiecare cablu o singură dată și să ajungă la un alt PC.

A) 2 B) 3 C) 4 D) 1

7. În următorul algoritm descris (incomplet) în pseudocod variabilele `i`, `n`, `s`, `cnt` și `ok` sunt de tip întreg, `v` este un tablou unidimensional de numere întregi cu `n ≥ 2` elemente, având pozițiile numerotate de la `1`, iar ***expresie_logica_1*** și ***expresie_logica_2*** sunt două expresii logice care vor fi înlocuite cu expresii date:

```
ok ← 0
cnt ← 0
s ← 0
┌pentru i ← 1, n execută
│      s ← s + v[i]
│     ┌dacă expresie_logica_1 atunci
│     │   ok ← 1
│     │   cnt ← cnt + 1
│     └■
└■
┌dacă expresie_logica_2
│   atunci
│       scrie "DA"
│   altfel
│       scrie "NU"
└■
```

Se înlocuiesc, pe rând, ***expresie_logica_1*** și ***expresie_logica_2*** cu următoarele expresii, obținând-se patru algoritmi în pseudocod, astfel:

- **Algoritmul 1:** se înlocuiește ***expresie_logica_1*** cu expresia `v[i] > -v[i]`, iar ***expresie_logica_2*** cu expresia `ok = 0`
- **Algoritmul 2:** se înlocuiește ***expresie_logica_1*** cu expresia `v[i] < 0`, iar ***expresie_logica_2*** cu expresia `cnt = n`
- **Algoritmul 3:** se înlocuiește ***expresie_logica_1*** cu expresia `v[i] < 0`, iar ***expresie_logica_2*** cu expresia `cnt ≠ 0 și s < 0`
- **Algoritmul 4:** se înlocuiește ***expresie_logica_1*** cu expresia `v[i] < -v[i]`, iar ***expresie_logica_2*** cu expresia `cnt - ok = n - 1`

Câți dintre cei patru algoritmi obținuți afișează mesajul **DA** dacă și numai dacă toate elementele tabloului unidimensional `v` sunt strict negative?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

8. Considerăm următoarea secvență de cod, în care variabilele **i**, **j**, **n** și **s** sunt de tip întreg:

```
citeşte n (număr natural nenul)
s ← 0
i ← n
┌cât timp i >= 1 execută
│   j ← 1
│  ┌cât timp j <= i execută
│  │   s ← s + 1
│  │   j ← j * 2
│  │   i ← i div 2
│  └■
└■
scrie s
```

Care este complexitatea timp a acestei secvențe de cod?

A) $\mathcal{O}(2^n)$ B) $\mathcal{O}(n^2)$ C) $\mathcal{O}(n \log_2 n)$ D) $\mathcal{O}(\log_2 n)$

9. Câte din următoarele secvențe de cod afișează în mod corect numărul tuturor divizorilor unui număr natural **n ≥ 2**? Variabilele **cnt**, **i**, **p** și **n** sunt de tip întreg.

```
(1)  cnt ← 0
     ┌pentru i ← 1, n execută
     │      ┌dacă n mod i = 0 atunci
     │      │     cnt ← cnt + 1
     │      └■
     └■
     scrie cnt

(2)  cnt ← 0
     ┌pentru i ← 1, n*n execută
     │      ┌dacă n mod i = 0 atunci
     │      │     cnt ← cnt + 2
     │      └■
     └■
     scrie cnt

(3)  cnt ← 1
     ┌pentru i ← 2, n div 2 execută
     │      ┌dacă n mod i = 0 atunci
     │      │     cnt ← cnt + 1
     │      └■
     └■
     scrie cnt

(4)  i ← 2
     cnt ← 1
     ┌cât timp n ≠ 1 execută
     │     p ← 0
     │    ┌cât timp n mod i = 0 execută
     │    │    p ← p + 1
     │    │    n ← n div i
     │    └■
     │    ┌dacă p ≠ 0 atunci
     │    │    cnt ← cnt * (p+1)
     │    └■
     │    i ← i + 1
     └■
     scrie cnt
```

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

10. Fie **v** un tablou unidimensional cu **n ≥ 2** elemente întregi sortat descrescător și în care elementul maxim este unic. Considerând faptul că **n** și elementele tabloului au fost citite, care este complexitatea unei secvenței de cod care determină în mod optim dacă maximul este cel puțin dublu față de oricare alt element din vector?

A) $\mathcal{O}(n \log_2 n)$ B) $\mathcal{O}(n)$ C) $\mathcal{O}(\log_2 n)$ D) $\mathcal{O}(1)$

11. Fie **T** un arbore cu rădăcină având **2025** de noduri numerotate **1**, **2**, ..., **2025**, având proprietatea că vectorul de tați al lui **T** este (**0**, **1**, **1**, **2**, **2**, **3**, **3**, **4**, **4**, … , **1011**, **1011**, **1012**, **1012**). Câți ascendenți are nodul **2024** din **T**?

A) 1 B) 10 C) 11 D) 1011

12. Se consideră următorul algoritm descris în pseudocod, în care variabilele **m**, **k**, **i**, **n** și **a** sunt de tip întreg, **v** este un tablou unidimensional de numere naturale cu pozițiile numerotate de la **1**, iar în **n** este memorată lungimea tabloului **v**:

```
k ← 0
m ← n
┌cât timp k < n execută
│  k ← n
│  ┌pentru i ← 1, m-1 execută
│  │  ┌dacă v[i] > v[i+1] atunci
│  │  │  a ← v[i]; v[i] ← v[i+1]; v[i+1] ← a
│  │  │  k ← k - 1
│  │  └■
│  └■
│  m ← m - 1
└■
```

Pentru câte dintre următoarele tablouri **v** algoritmul va face exact **9** comparații între elementele lui **v**?

- **(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)**
- **(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)**
- **(6, 1, 2, 3, 4, 5)**
- **(5, 4, 3, 2, 1)**
- **(1, 2, 3, 4, 6, 5)**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

13. Se consideră următoarea secvență de program:

Limbajele C/C++	Limbajul Pascal

<pre>char s[101] = "ADMITERE+FMI+2024";
char *p, aux[101];
int i = 0, r;
 	
while(i < strlen(s))
{
    p = strstr(s, s + i);
    if(!strchr("AEIOU", p[0]))
    {
        strcpy(aux, p);
        s[p-s+1] = s[p-s];
        strcpy(p+1, aux);
        i++;
    }
    i++;
}
r = strlen(s);
cout << r; | printf("%d",r);</pre>
	<pre>var s, aux: string[101];
	    i, p: integer;
	begin
	    s := 'ADMITERE+FMI+2024';
	    i := 1;
	    while i <= length(s) do
	    begin
	        p := pos(copy(s, i, length(s)-i+1), s);
	        if pos(s[p], 'AEIOU') = 0 then
	        begin
	            aux := copy(s, p, length(s)-p+1);
	            s := copy(s, 1, p) + aux;
	            i := i + 1;
	        end;
	        i := i + 1;
	    end;
	    write(length(s));
	end.</pre>

Care va fi valoarea afișată în urma executării acestei secvențe de cod?

A) 22 B) 23 C) 27 D) 29

14. Se dă produsul $P(n) = n! = 1 \cdot 2 \cdot ... \cdot n$. Câte cifre egale cu 0 are la sfârșit numărul $P(30)$?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8

15. Considerăm următoarea funcție recursivă:

Limbajele C/C++	Limbajul Pascal

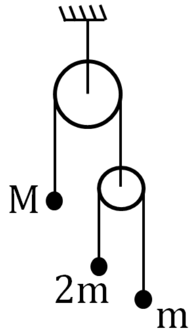
`int f(int x, int y)`
`{`
`    if(x == 0) return 0;`
`    if(y == 0) return x;`
`    return x + f(x-1, y-1);`
`}`
	`function f(x, y: integer):integer;`
	`begin`
	`    if x = 0 then f := 0`
	`    else`
	`        if y = 0 then f := x`
	`        else f := x + f(x-1, y-1);`
	`end;`

Care este valoarea expresiei **`f(160, 70) + f(70, 160)`**?

A) 11235 B) 11270 C) 11360 D) 12810

FIZICĂ – Varianta 1

1. În sistemul din figură scripeţii şi firele inextensibile au mase neglijabile, frecările sunt neglijabile. Acceleraţia gravitaţională este constantă şi corpurile de mase $M, 2m$ şi m sunt punctiforme. Ce valoare trebuie să aibă M, în funcţie de m, astfel încât corpul de masă $2m$ să fie în stare de repaus sau mişcare rectilinie şi uniformă faţă de Pământ?



A) $M = 3m$	B) $M = 9m$	C) $M = 8m$	D) $M = 12m$

2. Dintr-un punct aflat la înălţimea h faţă de sol pleacă simultan vertical în jos două corpuri care pot fi considerate puncte materiale. Un corp se deplasează rectiliniu şi uniform cu viteza V iar celălalt porneşte din repaus şi cade liber sub acţiunea greutăţii. Acceleraţia gravitaţională g este constantă. Ce valoare trebuie să aibă V astfel încât cele două corpuri să ajungă simultan pe suprafaţa solului?

A) $V = \sqrt{2gh}$	B) $V = \sqrt{gh}$	C) $V = \sqrt{\frac{gh}{3}}$	D) $V = \sqrt{\frac{gh}{2}}$

3. Două puncte materiale au aceeaşi masă m şi se deplasează pe direcţii perpendiculare astfel încât se întâlnesc şi se ciocnesc plastic. Vitezele faţă de Pământ înainte de ciocnire au acelaşi modul V. Ce expresie are variaţia energiei cinetice faţă de Pământ a ansamblului celor două puncte materiale ca urmare a ciocnirii plastice?

A) $\Delta E_{\text{cin}} = -\sqrt{2}mV^2$	B) $\Delta E_{\text{cin}} = -\frac{mV^2}{2}$	C) $\Delta E_{\text{cin}} = \frac{mV^2}{2}$	D) $\Delta E_{\text{cin}} = -\frac{mV^2}{3}$

4. Două resorturi având constantele de elasticitate k_1 şi k_2 sunt grupate în serie. Ce expresie are constanta de elasticitate echivalentă a grupării?

A) $k_s = \frac{k_1+k_2}{2}$	B) $k_s = \frac{k_1k_2}{k_1+k_2}$	C) $k_s = \frac{\sqrt{k_1k_2}}{k_1+k_2}$	D) $k_s = \frac{2k_1k_2}{k_1+k_2}$

5. Pe o suprafaţă orizontală sunt aşezate în şir, de la stânga la dreapta, unul lângă altul, 2024 de corpuri identice de formă cubică. Asupra cubului numărul 1 (cubul care începe şirul în stânga) se acţionează de la stânga la dreapta orizontal, paralel cu şirul, cu o forţă F. Cu ce forţă F_{21} acţionează cubul 2 asupra cubului 1? Se neglijează frecările.

A) $F_{21} = \frac{2024}{2023}F$	B) $F_{21} = \frac{2023}{2024}F$	C) $F_{21} = F$	D) $F_{21} = \frac{2024}{2025}F$

6. O fracţiune f din moleculele unui gaz ideal biatomic disociază formându-se astfel un amestec de molecule şi atomi. Ce expresie are exponentul adiabatic al amestecului format? Căldura molară la volum constant a unui gaz ideal monoatomic este $1{,}5R$, cea a unui gaz ideal biatomic $2{,}5R$, unde R este constanta universală a gazelor ideale.

A) $\gamma = \frac{7+3f}{f+5}$	B) $\gamma = \frac{14+3f}{f+10}$	C) $\gamma = \frac{7(1-f)}{f+5}$	D) $\gamma = \frac{5-f}{3}$

7. O cantitate fixată de gaz ideal este supusă unui proces de destindere adiabatică pornind dintr-o stare iniţială dată. Notăm cu L_{ad} lucrul mecanic efectuat de gaz în acest proces. Dacă destinderea s-ar face izobar între aceleaşi volume şi pornind din aceeaşi stare iniţială gazul ar efectua lucrul mecanic L_{p}. Procesele sunt cvasistatice. Care afirmaţie este corectă?

A) $L_{\mathrm{ad}} < L_{\mathrm{p}}$	B) $L_{\mathrm{ad}} = L_{\mathrm{p}}$	C) $L_{\mathrm{ad}} > L_{\mathrm{p}}$	D) Poate fi satisfăcută oricare din cele trei relaţii, depinzând de cât de mare este presiunea.

8. În decursul unei comprimări adiabatice cvasistatice a unei cantităţi fixate de gaz ideal:

A) Temperatura gazului scade	B) Presiunea gazului scade	C) Suma dintre variaţia energiei interne a gazului şi lucrul mecanic efectuat de gaz este nulă	D) Volumul gazului creşte

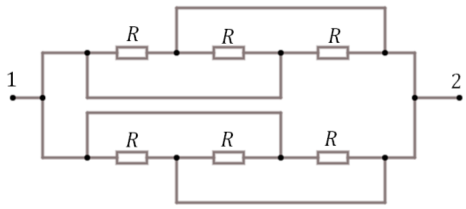
9. Într-o transformare izotermă a unei cantităţi fixate de gaz ideal presiunea gazului s-a dublat. Care afirmaţie este corectă:

A) Volumul gazului s-a dublat	B) Gazul a primit căldură	C) Lucrul mecanic efectuat de gaz este negativ	D) Energia internă a gazului a scăzut

10. Un motor termic funcţionează după un ciclu ale cărui temperaturi absolute extreme sunt $T_{\min}$ şi $T_{\max}$ şi are randamentul η .Care afirmaţie este corectă întotdeauna?

A) $\eta > 1$	B) $\eta = \frac{T_{\min}}{T_{\max}}$	C) $\eta = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}}$	D) $\eta \leq 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}}$

11. Gruparea de rezistori identici din figura alăturată are între bornele 1 şi 2 rezistenţa echivalentă

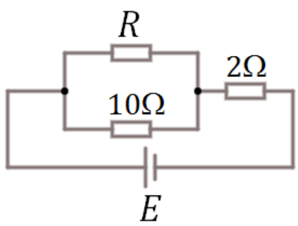


A) $2R/3$	B) $R/6$	C) $3R/2$	D) $R/3$

12. La temperatura $0^{\circ}\mathrm{C}$ doi rezistori au rezistenţele $R_{10} = 2R_{20}$. Coeficienţii de variaţie cu temperatura ai rezistenţelor lor sunt α_1, respectiv α_2. Dacă rezistorii sunt conectaţi în serie, coeficientul α de variaţie cu temperatura al rezistenţei echivalente este

A) $\alpha = 2\alpha_1 + \alpha_2$	B) $\alpha = (\alpha_1 + 2\alpha_2)/2$	C) $\alpha = (2\alpha_1 + \alpha_2)/3$	D) $\alpha = (2\alpha_1 + \alpha_2)/2$

13. Bateria din circuitul prezentat în figura alăturată este ideală. Ce valoare trebuie să aibă rezistenţa R astfel încât energia electrică pe care o disipă gruparea paralel într-un interval de timp dat să fie maximă?

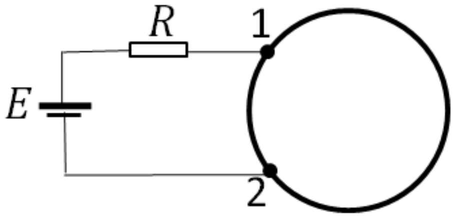


A) 2,5 Ω	B) 5/3 Ω	C) 2 Ω	D) 12 Ω

14. În cupru fiecare atom contribuie în medie la conducţia curentului electric cu un electron liber. Cuprul are densitatea $8960\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, masa molară $63{,}5 \times 10^{-3}\ \mathrm{kg \cdot mol^{-1}}$ şi numărul lui Avogadro are valoarea aproximativă $6 \times 10^{23}\mathrm{mol^{-1}}$. Câţi electroni liberi se găsesc într-un centimetru cub de cupru?

A) $\approx 8{,}5 \times 10^{28}$	B) $\approx 8{,}5 \times 10^{22}$	C) $\approx 4 \times 10^{16}$	D) $\approx 1{,}9 \times 10^{19}$

15. Dintr-un fir cu rezistenţa electrică R se confecţionează un cerc conectat electric între punctele 1 şi 2 la o baterie cu t.e.m. E şi rezistenţa internă R, ca în figura alăturată.
În funcţie de poziţia pe cerc a punctelor 1 şi 2, valorile minimă $I_{\min}$ şi cea maximă $I_{\max}$ ale intensităţii curentului prin baterie sunt date de relaţiile



A) $I_{\min} = \dfrac{4E}{5R}$ $I_{\max} = E/R$	B) $I_{\min} = \dfrac{2E}{3R}$ $I_{\max} = E/2R$	C) $I_{\min} = \dfrac{E}{2R}$ $I_{\max} = 2E/R$	D) $I_{\min} = \dfrac{2E}{3R}$ $I_{\max} = E/R$

Varianta 1